

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету
математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



20 25 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) рівень _____
галузь знань _____ 11 Математика і статистика _____
(шифр і назва)
спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____
(шифр і назва)
освітня програма _____ Прикладна математика _____
(шифр і назва)
спеціалізація _____ _____
(шифр і назва)
вид дисципліни _____ обов'язкова _____
(обов'язкова / за вибором)
факультет _____ математики і інформатики _____

2025/2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“26” серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Бєбія Максим Отарійович**, кандидат фізико-математичних наук, доцент закладу вищої освіти кафедри прикладної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від “26” серпня 2025 року № 13

Завідувач кафедри прикладної математики



(підпис)

Валерій КОРОБОВ

(ім'я та прізвище)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми Прикладна математика

Гарант освітньо-професійної програми Прикладна математика



(підпис)

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

(ім'я та прізвище)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від “26” серпня 2025 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Євген МЕНЯЙЛОВ

(ім'я та прізвище)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки першого (бакалаврського) рівня «Прикладна математика» спеціальності 113 «Прикладна математика».

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь» є надання знань про наближені чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь, які виникають, зокрема, в задачах механіки та фізики.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є оволодіння наближеними методами розв'язання задачі Коші та граничних задач для звичайних диференціальних рівнянь, а також методами для рівнянь із частинними похідними і оволодіння наближеними методами розв'язання інтегральних рівнянь.

1.3. Кількість кредитів 4.

1.4. Загальна кількість годин* 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	–
Семестр	
8-й	–
Лекції	
32 год.	–
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	–
Лабораторні заняття	
	–
Самостійна робота	
56 год.	–
у тому числі індивідуальні завдання	
6 год.	–

* у разі формування малочисельних груп обсяг аудиторного навчального навантаження, відведеного на вивчення навчальної дисципліни, зменшується відповідно до Положення про планування й звітування науково-педагогічних працівників Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна

Дисципліна «Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь» забезпечує набуття здобувачами освіти **компетентностей**:

– *інтегральна*:

К01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.;

– загальні:

ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

– фахові:

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень;

ФК04. Здатність розробляти алгоритми та структури даних, програмні засоби та програмну документацію;

ФК08. Здатність використовувати сучасні технології програмування та тестування програмного забезпечення;

ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних;

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату;

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропонувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки;

ФК18. Здатність оцінити рівень математичного обґрунтування методів, які застосовуються для розв'язання конкретних прикладних задач.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна

ПРН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної та диференціальної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

ПРН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

ПРН05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.

ПРН07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

ПРН09. Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.

ПРН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.

1.8. Пререквізити: знання отримані при вивченні таких освітніх компонент, як ОК18 «Програмування», ОК11 «Диференціальні рівняння». ОК23 «Чисельний аналіз», ОК17 «Рівняння математичної фізики».

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь.

Тема 1. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР).

Чисельне розв'язання задачі Коші для ЗДР. Однокрокові та багатокрокові методи. Метод Ейлера та його модифікації. Методи Рунге-Кутта. Оцінка похибки. Метод Адамса. Чисельне розв'язання систем диференціальних рівнянь.

Тема 2. Чисельне розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

Постановка крайової задачі для ЗДУ. Метод диференціальної прогонки. Апроксимація диференціальної задачі різницевою, метод скінченних різниць. Способи розв'язання різницевих рівнянь. Метод колокації, метод Гальоркіна.

Тема 3. Чисельне розв'язання рівнянь із частинними похідними.

Типи рівнянь у частинних похідних, приклади. Метод сіток. Апроксимація, стійкість, збіжність. Побудова дискретного розв'язку для задач теплопровідності та хвильових задач. Метод прямих. Основи методу скінченних елементів.

Розділ 2. Чисельні методи розв'язання деяких інтегральних рівнянь.

Тема 4. Загальні відомості про інтегральні рівняння.

Класифікація інтегральних рівнянь. Математичні та прикладні задачі, які призводять до інтегральних рівнянь. Елементи теорії Фредгольма. Інтегральні рівняння I та II роду. Інтегральні рівняння, які мають особливість: логарифмічну, сингулярну, гіперсингулярну.

Тема 5. Чисельне розв'язання інтегральних рівнянь.

Наближене розв'язування інтегральних рівнянь, метод послідовних наближень. Рівняння з виродженим ядром. Метод квадратурних сум. Метод моментів (Гальоркіна). Коректні та некоректні задачі, регуляризація.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усь го	у тому числі					усь ого	у тому числі				
л		п	лаб	інд	с.р	л		п	лаб	інд	с.р	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Чисельні методи розв'язку диференціальних рівнянь.												
Тема 1. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь	20	6	6			8						
Тема 2. Чисельне розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	22	6	6			10						
Тема 3. Чисельне розв'язання рівнянь із	23	8	8			7						

частинними похідними											
Індивідуальне завдання (ІДЗ)	6					6					
Разом за розділом 1	71	20	20			31					
Розділ 2. Чисельні методи розв'язку деяких інтегральних рівнянь.											
Тема 4. Загальні відомості про інтегральні рівняння	18	4	4			10					
Тема 5. Чисельне розв'язання інтегральних рівнянь	31	8	8			15					
Разом за розділом 2	49	12	12			25					
Усього годин	120	32	32			56					

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Розробка та реалізація комп'ютерного алгоритму розв'язання задачі Коші для ЗДУ за допомогою методів Ейлера та Рунге-Кутта.	4
2	Багатокрокові методи.	2
3	Розробка та реалізація комп'ютерного алгоритму розв'язання граничної задачі за допомогою методів скінченних різниць та диференціальної прогонки.	4
4	Особливості практичної реалізації методу Гальоркіна. Розробка та реалізація комп'ютерного алгоритму розв'язання граничної задачі за допомогою методу Гальоркіна.	2
5	Метод сіток. Метод прогонки для рівняння теплопровідності.	2
6.	Програмна реалізація методу прямих для рівнянь еліптичного та параболічного типу.	4
7	Програмна реалізація методу сіток для рівнянь гіперболічного типу.	2
8	Інтегральні рівняння Фредгольма I та II роду. Метод послідовних наближень.	4
9	Розв'язання рівнянь з виродженим ядром.	2
10	Метод квадратурних сум.	2
11	Методи колокації та моментів.	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної робота

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань та вивчення матеріалів за розділом «Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь»	25
2	Виконання домашніх завдань та вивчення матеріалів за розділом «Чисельні методи розв'язання деяких інтегральних рівнянь»	25

3	Виконання індивідуального завдання за розділом «Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь»	6
Разом		56

6. Індивідуальні завдання

Побудова та реалізація чисельних алгоритмів для розв'язання диференціальних рівнянь.

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративні лекції, репродуктивні і частково-пошукові методи при проведенні практичних занять, індивідуальні завдання. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом самостійного написання комп'ютерних програм. Лекції, практичні заняття, проведення поточного та підсумкового контролю здійснюються з використанням елементів дистанційного навчання в системі LMS Moodle та програми для організації відео-конференцій ZOOM Workplace.

8. Методи контролю

Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування за лекційним матеріалом, перевірка індивідуального (розрахунково-графічного) завдання; перевірка залікової роботи.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Залікова робота	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
T1-T3	T4-T9					
30	20	---	10	60	40	100

T1–T9 – теми розділів.

Поточний контроль, самостійна робота – до 50 балів,
індивідуальне завдання – до 10 балів,
залікова робота – до 40 балів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань, до 30 балів за перший розділ та до 20 балів за другий, і активність під час практичних занять.

Індивідуальне завдання вимагає написання програмного коду, проведення розрахунків, їх візуалізацію та обґрунтування отриманих результатів. Завдання оцінюється максимум у 10 балів. Якщо при виконанні завдання отримано частковий

результат (код програми написано частково, без кінцевих обрахунків), то завдання оцінюється максимум у 5 балів. Якщо при виконанні завдання отримані вірні обрахунки без належного візуального представлення чи висновків, то завдання оцінюється максимум у 8 балів. Незначні технічні помилки (арифметичного або чисельного характеру) не впливають на оцінку, якщо вони не привели до неправильних якісних висновків.

Залікова робота складається з двох теоретичних питань та однієї задачі. Кожне теоретичне питання оцінюється максимально 15 балами. Максимальна оцінка за задачу складає 10 балів.

По кожному завданню нараховується:

- максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді;
- за незначні та за арифметичні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний,
- у разі частково вірних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів
- розв'язання не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище – виставляється 0 балів.

Шкала оцінювання (дворівнева)

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Задачин В. М. Чисельні методи : Навчальний посібник / В. М. Задачин, І.Г. Конюшенко. – Харків. Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/CHM_Zadachin.pdf
2. Волонтир Л. О. Чисельні методи: Навчальний посібник / Л. О. Волонтир, Л. В. Зелінська, Н. А. Потапова, І. А. Чіков – Вінницький національний аграрний університет. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.
<http://repository.vsau.org/getfile.php/27703.pdf>
3. Андруник В. А. Чисельні методи в комп'ютерних науках: Навчальний посібник, Том 2 за ред. В. В. Пасічника / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В., Пасічник Л. Б. Чирун, Л. В. Чирун – Львів: «Новий Світ - 2000», 2018. – 805 с.
4. Литвинов А. Л. Чисельні методи: теорія і практика: навч. посіб. / А. Л. Литвинов – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2022. – 166 с.
5. Попов В. В. Методи обчислень : конспект лекцій для студентів механіко-математичного факультету / В. В. Попов. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2012. – 303 с.
6. Мамчук В. І. Числові методи: навч. посібник / В. І. Мамчук – К.: НАУ, 2015. – 388 с.
7. Мусіяка В. Г. Основи числових методів: підручник / В. Г. Мусіяка. – Дніпро : ЛІРА, 2017. – 256 с.
8. Гончаров О. А., Чисельні методи розв'язання прикладних задач : навчальний посібник / О. А. Гончаров, Л. В. Васильєва, А. М. Юнда. – Суми : Сумський державний університет, 2020. – 142 с.

Допоміжна література

1. Бондаренко В. Г. Рівняння математичної фізики: [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 124 «системний аналіз» / В. Г. Бондаренко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018, – 100 с..
https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/31956/1/RivnMatFiz_Posibnyk.pdf
2. Урманчев В. І. Різницеві рівняння: методичні вказівки для вивчення розділів математики / Укладач В.І. Урманчев. – Київ, 2018 . – 44 с.
3. Василюшин Т. В. Інтегральні рівняння : навчальний посібник / Т. В. Василюшин, Т. П. Гой, І. В. Федак. – Івано-Франківськ : Сімик, 2014. – 222 с.
4. Кривошея С. А. Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник / С. А. Кривошея, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. – К.: Либідь, 2004. – 408 с.
5. Лопушанська Г. П. Інтегральні рівняння і застосування: Навчальний посібник / Г. П. Лопушанська, А. О. Лопушанський – Львів.: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2022. – 111 с.
6. Анісімов А. В. Програмування числових методів мовою Python: підручник / А. В. Анісімов, А. Ю. Дорошенко, С. Д. Погорілий, Я. Ю. Дорогий; за ред. А. В. Анісімова. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2014. – 640 с.
7. Computational Galerkin Methods / С. А. J. Fletcher – Springer, 1984. – р. 309.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua